

BERNARD HANOZET

**Convergence uniforme pour les itérés définissant la solution
d'une inéquation quasi-variationnelle**

Journées Équations aux dérivées partielles (1978), p. 1

http://www.numdam.org/item?id=JEDP_1978___A4_0

© Journées Équations aux dérivées partielles, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journées Équations aux dérivées partielles » (<http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/edpa/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONVERGENCE UNIFORME POUR LES ITERES
DEFINISSANT LA SOLUTION D'UNE INEQUATION
QUASI-VARIATIONNELLE

par B. HANOZET

Les résultats annoncés ici ont été obtenus en collaboration avec Jean-Luc Joly.

1. Un théorème de point fixe (sous forme directement applicable). Soit S une application d'un intervalle $[\underline{u}, \bar{u}]$ de $L^\infty(\Omega)$ dans lui-même, vérifiant :

- (1) S est croissante et concave
- (2) $\exists \lambda \in]0, 1[$ tel que $\lambda \bar{u} + (1-\lambda)\underline{u} \leq S\underline{u}$.

Alors S possède un point fixe unique u dans l'intervalle $[\underline{u}, \bar{u}]$. Si $u_0 \in [\underline{u}, \bar{u}]$ la suite $S^n u_0$ converge uniformément vers u et on a :

$$(3) \quad \|S^n u_0 - u\|_{L^\infty(\Omega)} \leq (1-\lambda)^n \|\bar{u} - \underline{u}\|_{L^\infty(\Omega)}$$

2. En appliquant ce résultat on montre que les itérés définissant la solution d'une inéquation quasi-variationnelle du type formel :

$$(4) \quad \begin{cases} u - Mu \leq 0 & ; & -\Delta u + u - f \leq 0 & ; \\ (-\Delta u + u - f, u - Mu) = 0 \end{cases}$$

convergent dans $L^\infty(\Omega)$ de façon géométrique quelle que soit la donnée initiale. On suppose ici que l'application M vérifie des propriétés du type (1) et (2) et on pose $S = \sigma \circ M$ où $\sigma(\psi)$ désigne la solution de l'inéquation variationnelle avec obstacle ψ associée naturellement à (4). Ces résultats s'appliquent en particulier quand M est de la forme :

$$Mu(x) = k + \inf_{\substack{\xi \geq 0 \\ x + \xi \in \Omega}} u(x + \xi)$$

3. Ce travail a fait l'objet d'une note aux Comptes-Rendus (Mai ou Juin 1978). Il sera aussi repris dans un article accompagné de résultats de régularité.
